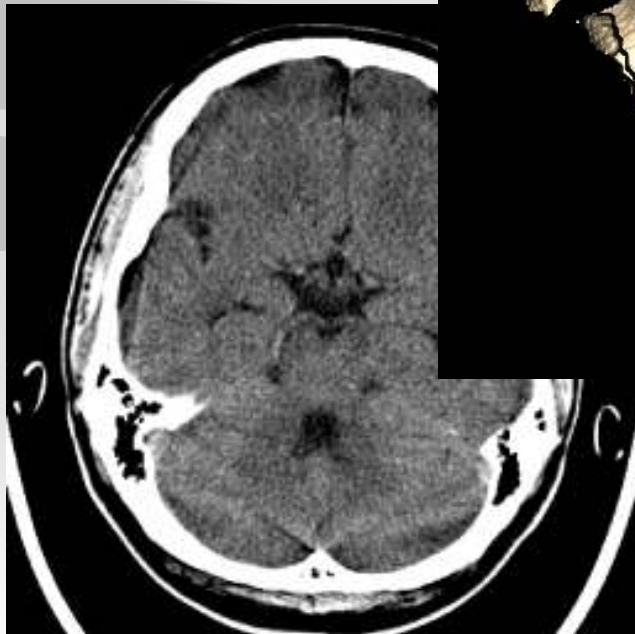
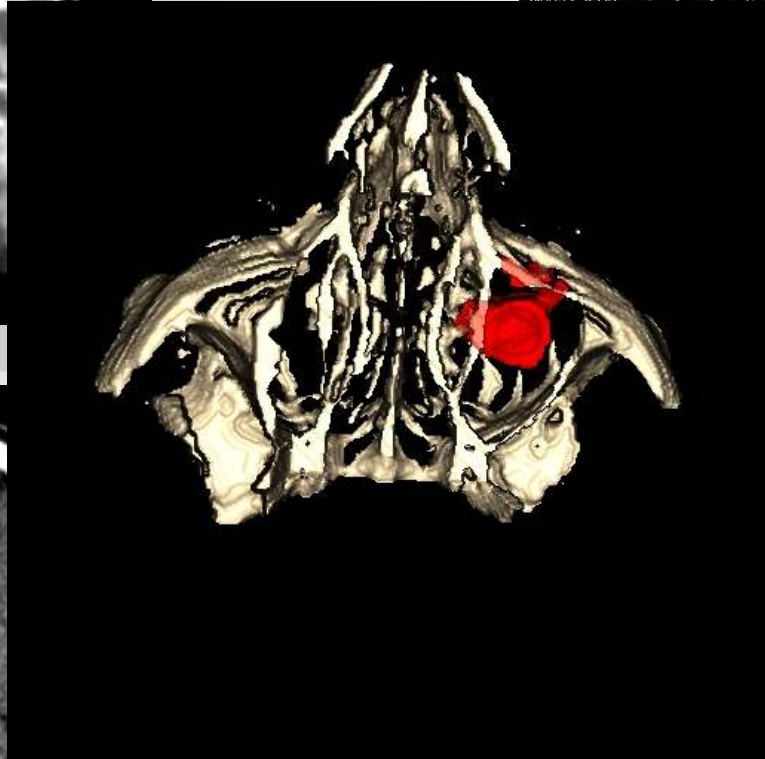
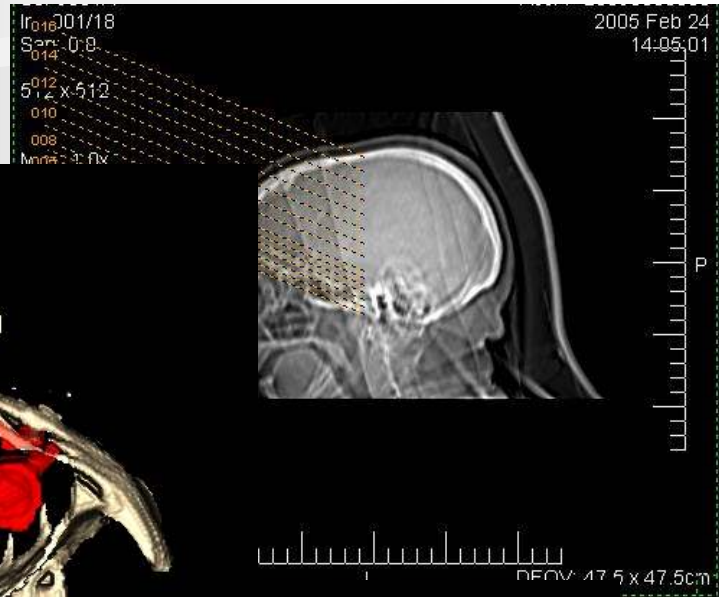


Statystyczne metody rekonstrukcji obrazów w tomografii komputerowej

Robert Cierniak
Politechnika Częstochowska
Katedra Inżynierii Komputerowej

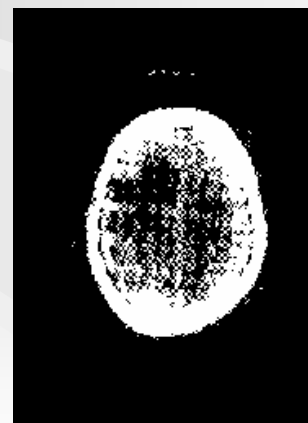
Plan prezentacji

- Wstęp
- Algebraiczne statystyczne algorytmy rekonstrukcyjne
- Analityczny algorytm rekonstrukcyjny
- Wnioski



Pierwszy komercyjny tomograf

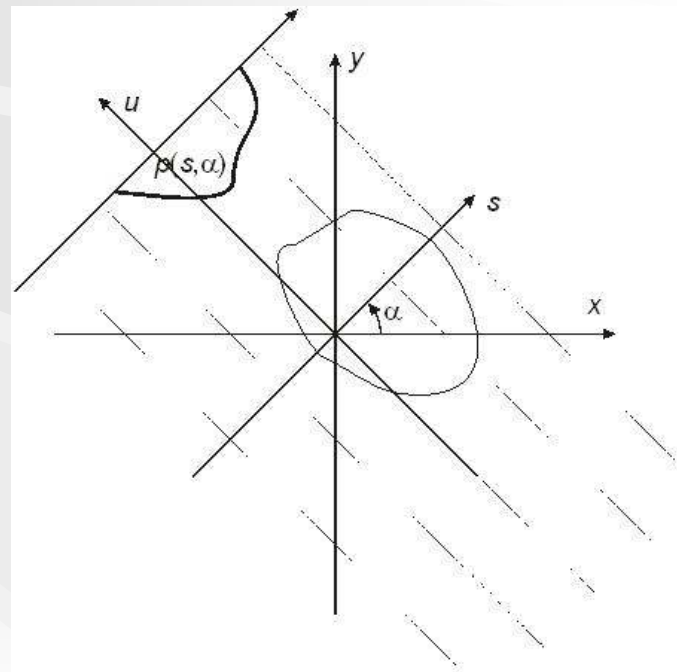
- Zdjęcie tomografu EMI Mark I oraz jego twórcy
- Pierwszy zrekonstruowany w warunkach klinicznych obraz tomograficzny przekroju mózgu człowieka



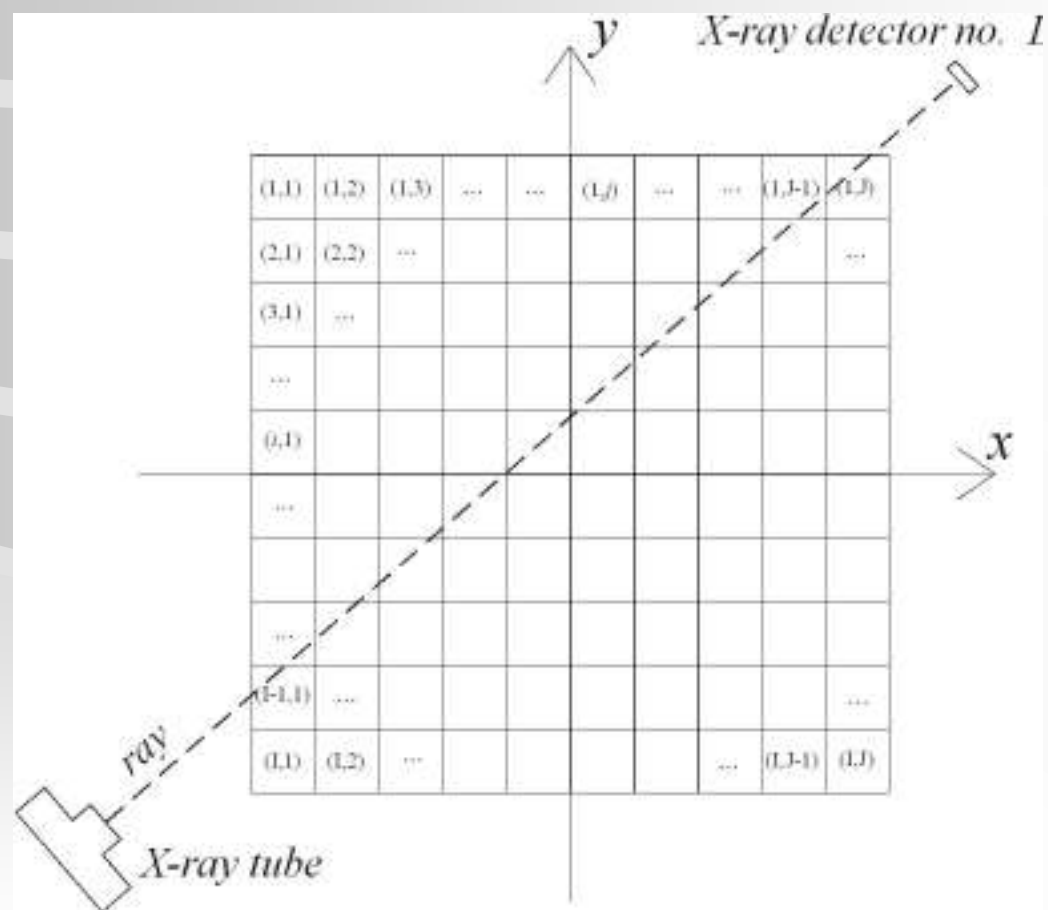
Statystyczne uwarunkowania problemu rekonstrukcyjnego

$$P(N = n) = \frac{(n^*)^n}{n!} \exp(-n^*)$$

$$p(l, \alpha) = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \ln\left(\frac{n_0}{n}\right)$$



Algebraiczne podejście do problemu rekonstrukcyjnego



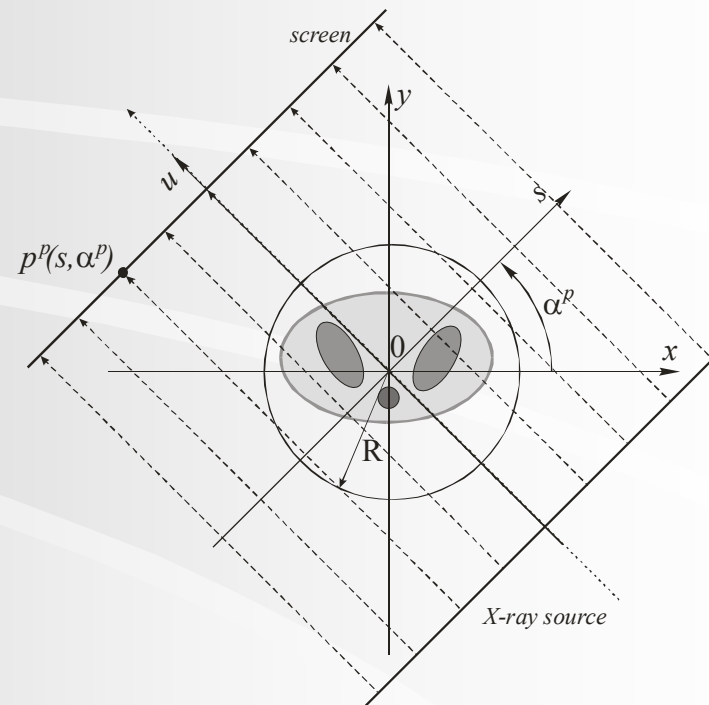
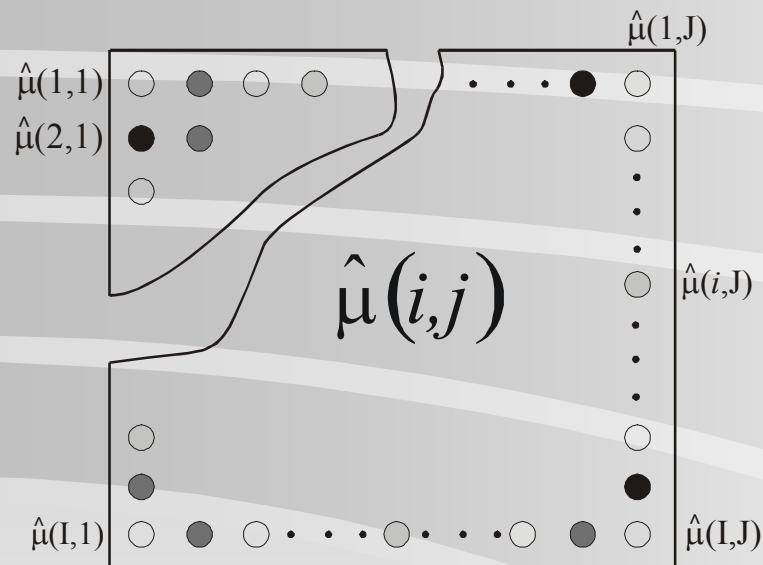
Algebraiczne podejście do problemu rekonstrukcyjnego

$$L = -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\chi}\boldsymbol{\mu}^* - \mathbf{p})^T \mathbf{D} (\boldsymbol{\chi}\boldsymbol{\mu}^* - \mathbf{p})$$

Algebraiczne podejście do problemu rekonstrukcyjnego

$$MAP = ML + a' \text{ priori}$$

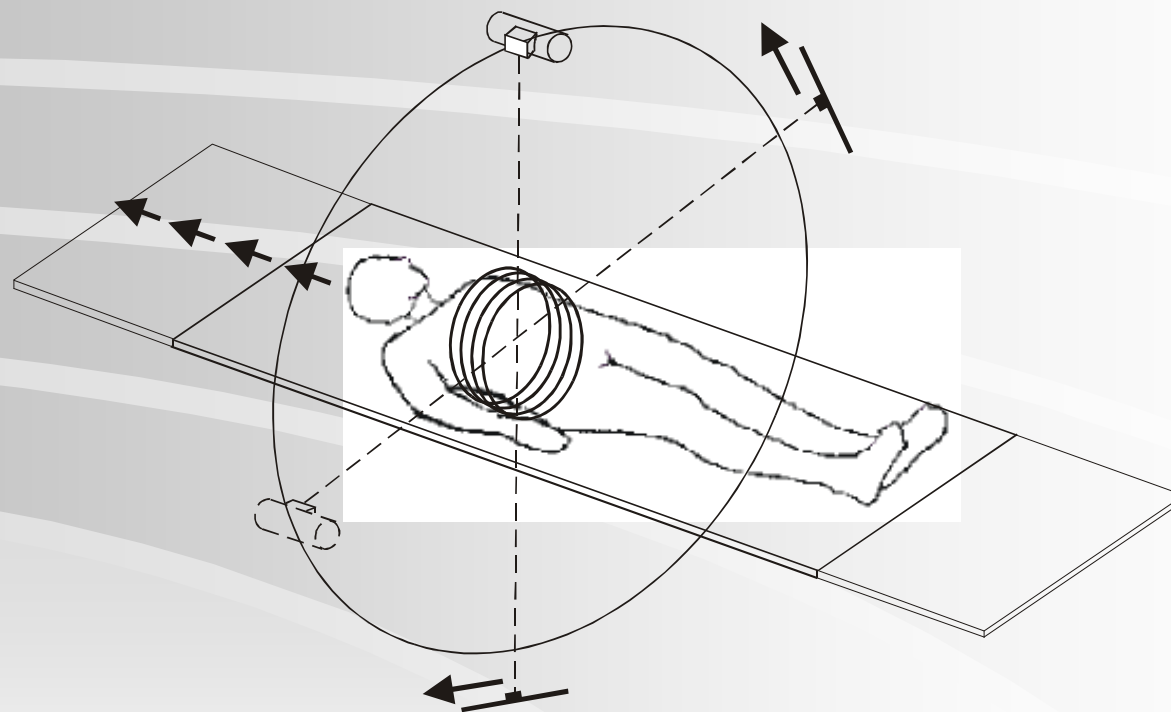
Analityczne podejście do problemu rekonstrukcyjnego



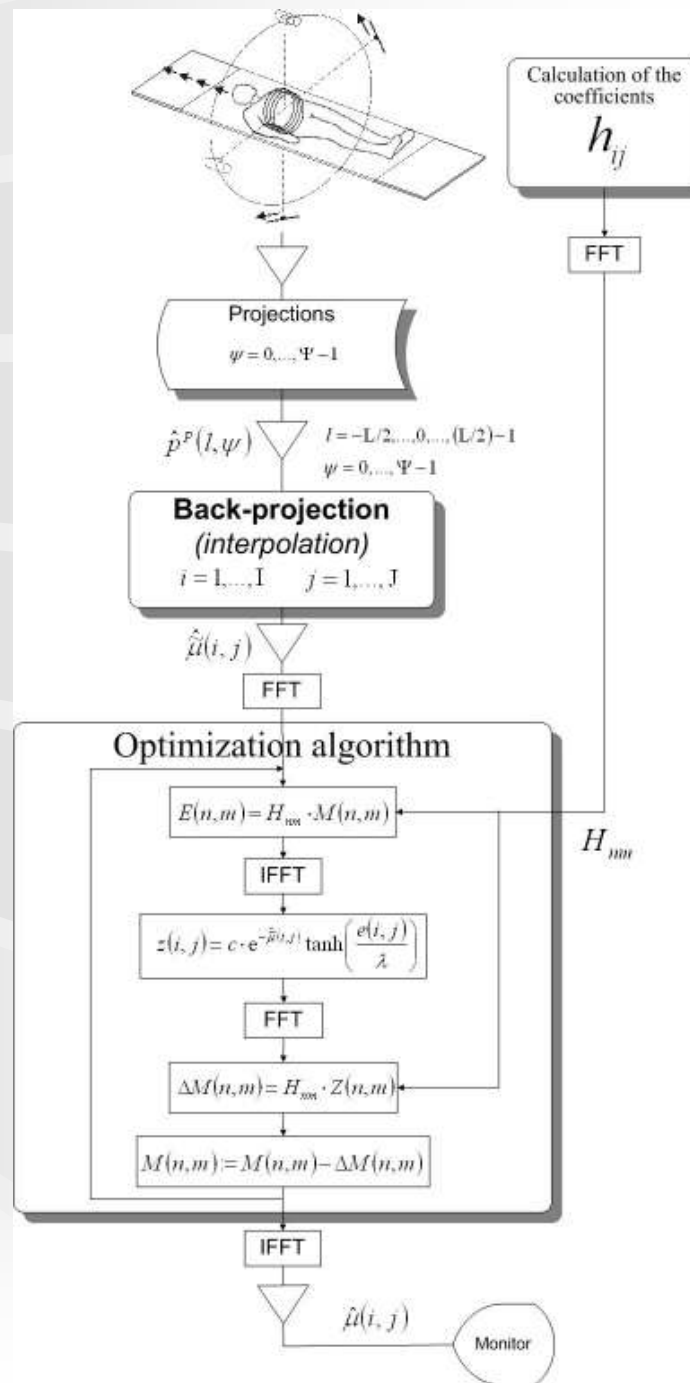
$$\begin{aligned} \tilde{\mu}(x, y) &= \mu(x, y) * (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\dot{x}, \dot{y}) \cdot \frac{1}{\sqrt{(x - \dot{x})^2 + (y - \dot{y})^2}} d\dot{x}d\dot{y} \end{aligned}$$

Skaner I. generacji

(równoległa wiązka promieniowania)

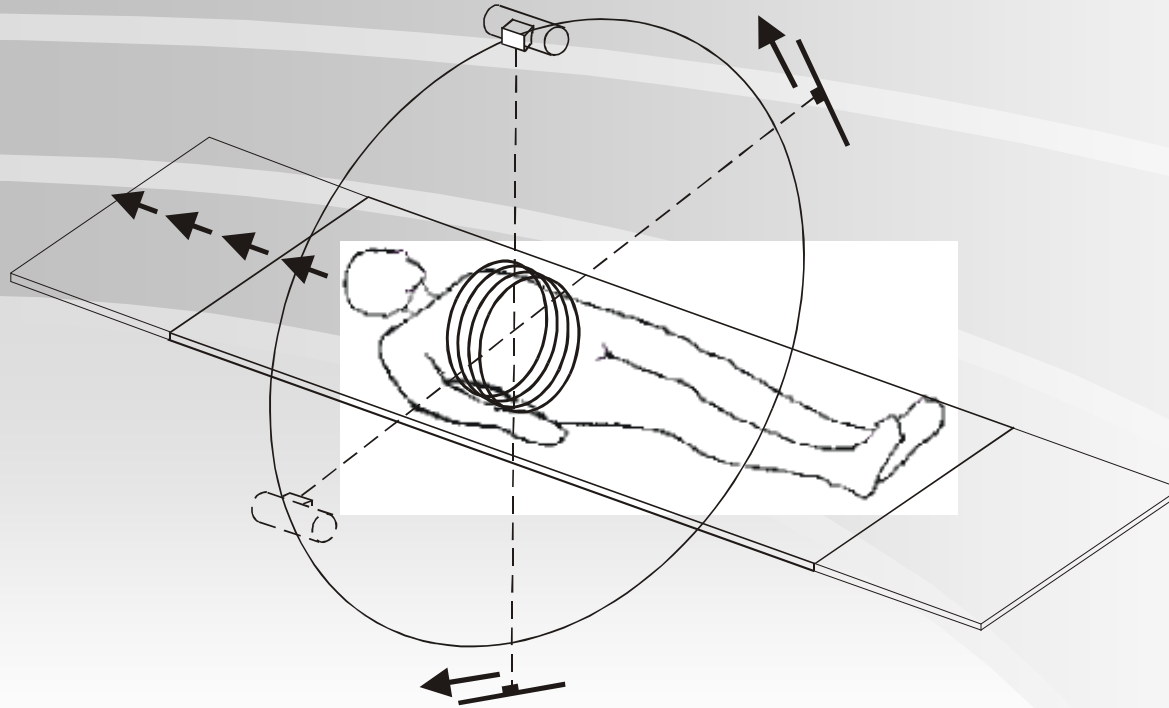


Analizyczny algorytm rekonstrukcyjny



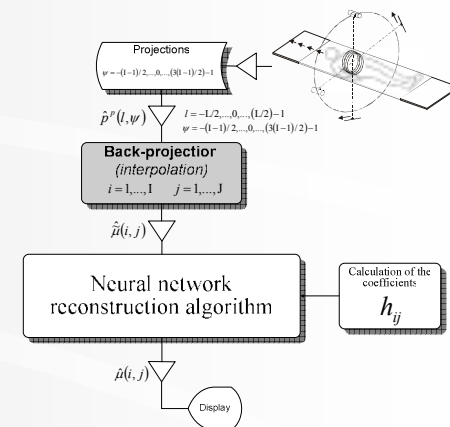
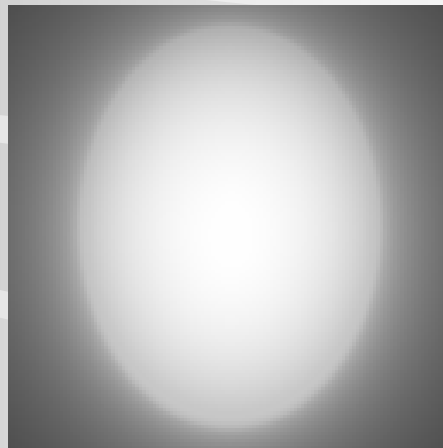
Akwizycja projekcji

$$p(s, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \delta(x \cos \alpha + y \sin \alpha - s) dx dy$$



Wsteczna projekcja

$$\tilde{\mu}(x, y) = \int_0^{\pi} p(x \cos \alpha + y \sin \alpha, \alpha) d\alpha$$



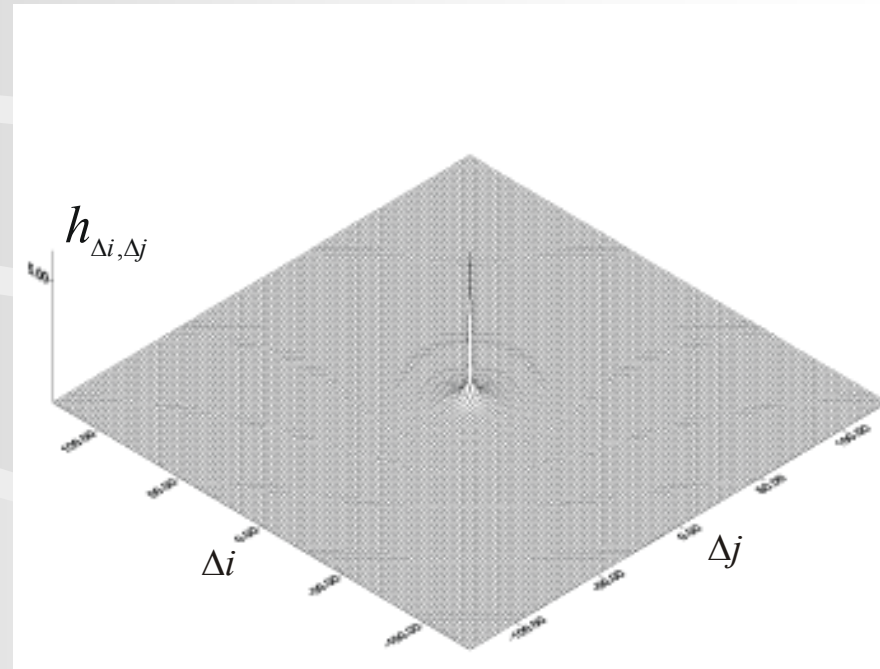
$$\tilde{\mu}(x, y) = \mu(x, y) * (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x', y') \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy'$$

Dyskretny aproksymacyjny problem rekonstrukcyjny

$$\hat{\tilde{\mu}}(i, j) \cong \sum_{\ddot{i}} \sum_{\ddot{j}} \hat{\mu}(\ddot{i}, \ddot{j}) \cdot h_{\Delta i \Delta j}$$

$$h_{\Delta i \Delta j} = \Delta_x \Delta_y \Delta_\alpha^p \sum_{\psi=0}^{\Psi-1} \hat{I}(\ddot{i} \Delta_x \cos \psi \Delta_\alpha^p + \ddot{j} \Delta_y \sin \psi \Delta_\alpha^p - i \Delta_x \cos \psi \Delta_\alpha^p - j \Delta_y \sin \psi \Delta_\alpha^p)$$

Obliczanie współczynników układu



$$h_{\Delta i, \Delta j} \cong (\Delta_s)^2 \Delta_\alpha^p \sum_{\psi_e=0}^{\Psi-1} \hat{I} \left(\left(|\Delta i| \cdot \Delta_s \cos \alpha_{\psi_e}^p + |\Delta j| \cdot \Delta_s \sin \alpha_{\psi_e}^p \right) \right)$$

Formułowanie problemu

$$\min_{\mathbf{F}} E = \min_{\mathbf{F}} \left(\text{wsp} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f(e_{ij}(\mathbf{F})) \right)$$

**Odległość
euklidesowa**

$$e_{ij}(\mathbf{F}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J h_{ij} \hat{\mu}(i, j) - \hat{\tilde{\mu}}(i, j)$$

Statystyczne uwarunkowania problemu rekonstrukcyjnego

$$L1(n) = \ln(P(N = n)) = n \ln n^* - \ln n! - n^*$$

Aproksymacja Stirlinga: $\ln n! \cong n \ln n - n$

$$L2(n) = n \ln \frac{n^*}{n} + n - n^*$$

PET

Statystyczne uwarunkowania problemu rekonstrukcyjnego

$$p(s, \alpha) \equiv \ln\left(\frac{I(0)}{I}\right) \quad I \propto n \quad p(s, \alpha) \equiv \ln\left(\frac{n(0)}{n}\right)$$

$$L3(p(s, \alpha)) = -\frac{1}{2} \sigma_{\Sigma} \left(p^*(s, \alpha) - p(s, \alpha) \right)^2$$

CT

Statystyczne uwarunkowania problemu rekonstrukcyjnego i podejście analityczne

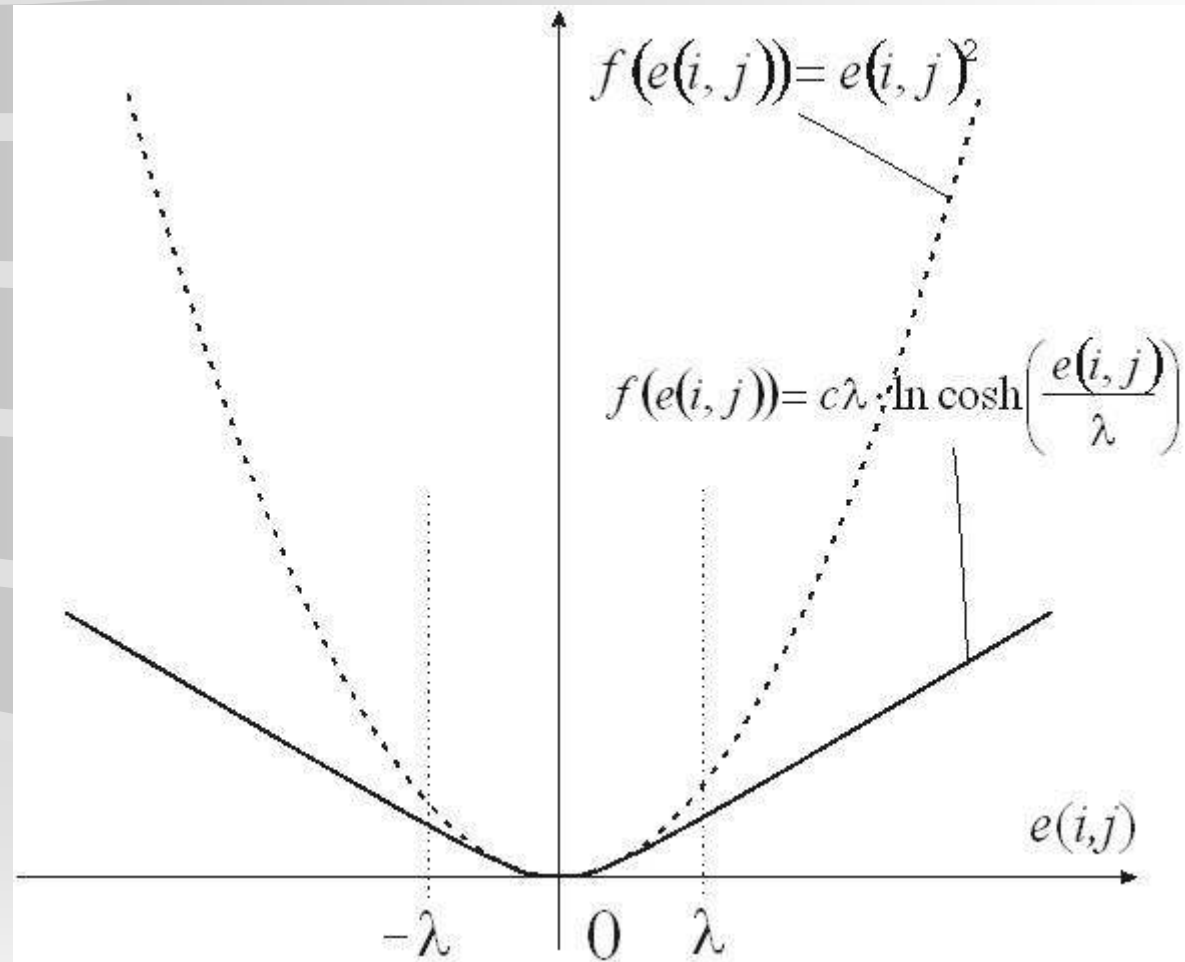
CT

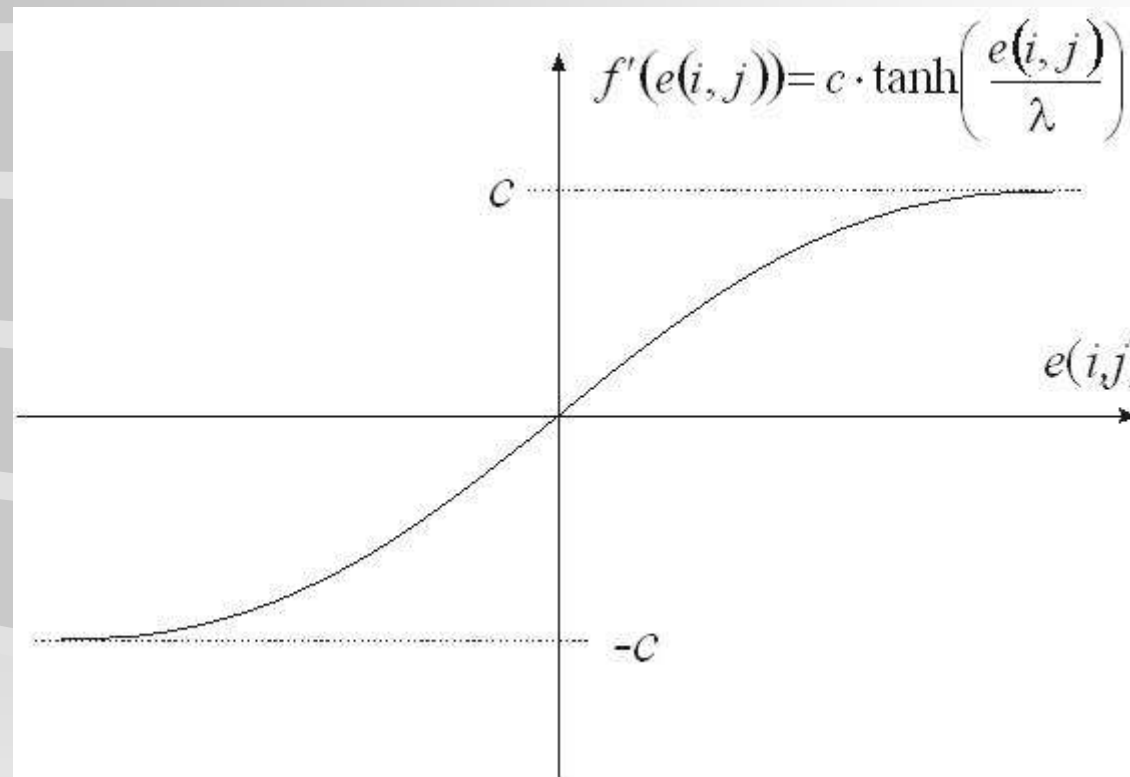
$$f(e_{ij}(\mathbf{F})) = \lambda \cdot \ln \cosh\left(\frac{e_{ij}(\mathbf{F})}{\lambda}\right)$$

$$L3(p(s, \alpha)) = -\frac{1}{2} \sigma_{\Sigma} \left(p^*(s, \alpha) - p(s, \alpha) \right)^2$$

$$\min_{\mathbf{F}} E = \min_{\mathbf{F}} \left(\text{wsp} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f(e_{ij}(\mathbf{F})) \right)$$

$$e_{ij}(\mathbf{F}) = \sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j h_{ijij} \hat{\mu}(i, j) - \hat{\mu}(i, j)$$



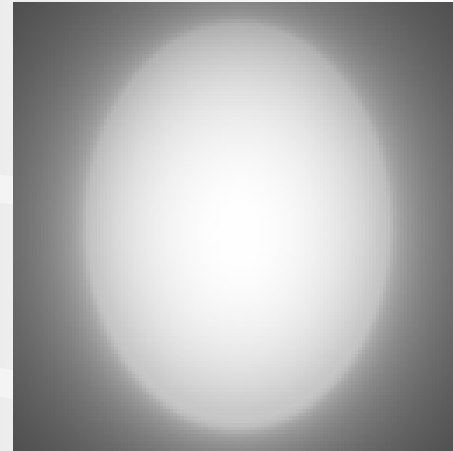


Rekonstrukcija obrazu

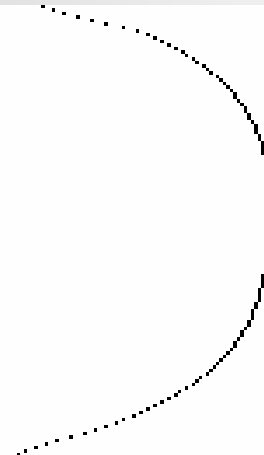
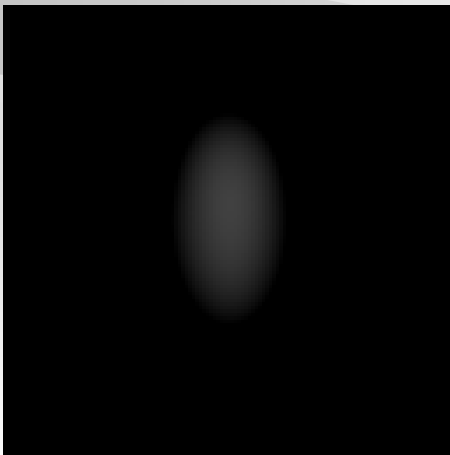
$\mu(x, y)$




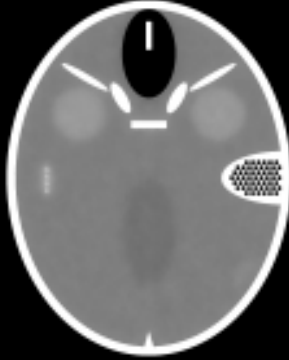
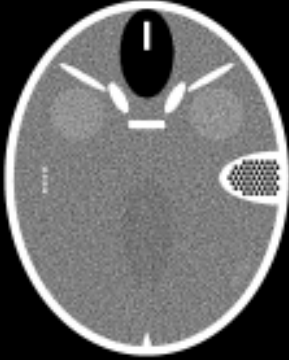
$\hat{\mu}(i, j)$



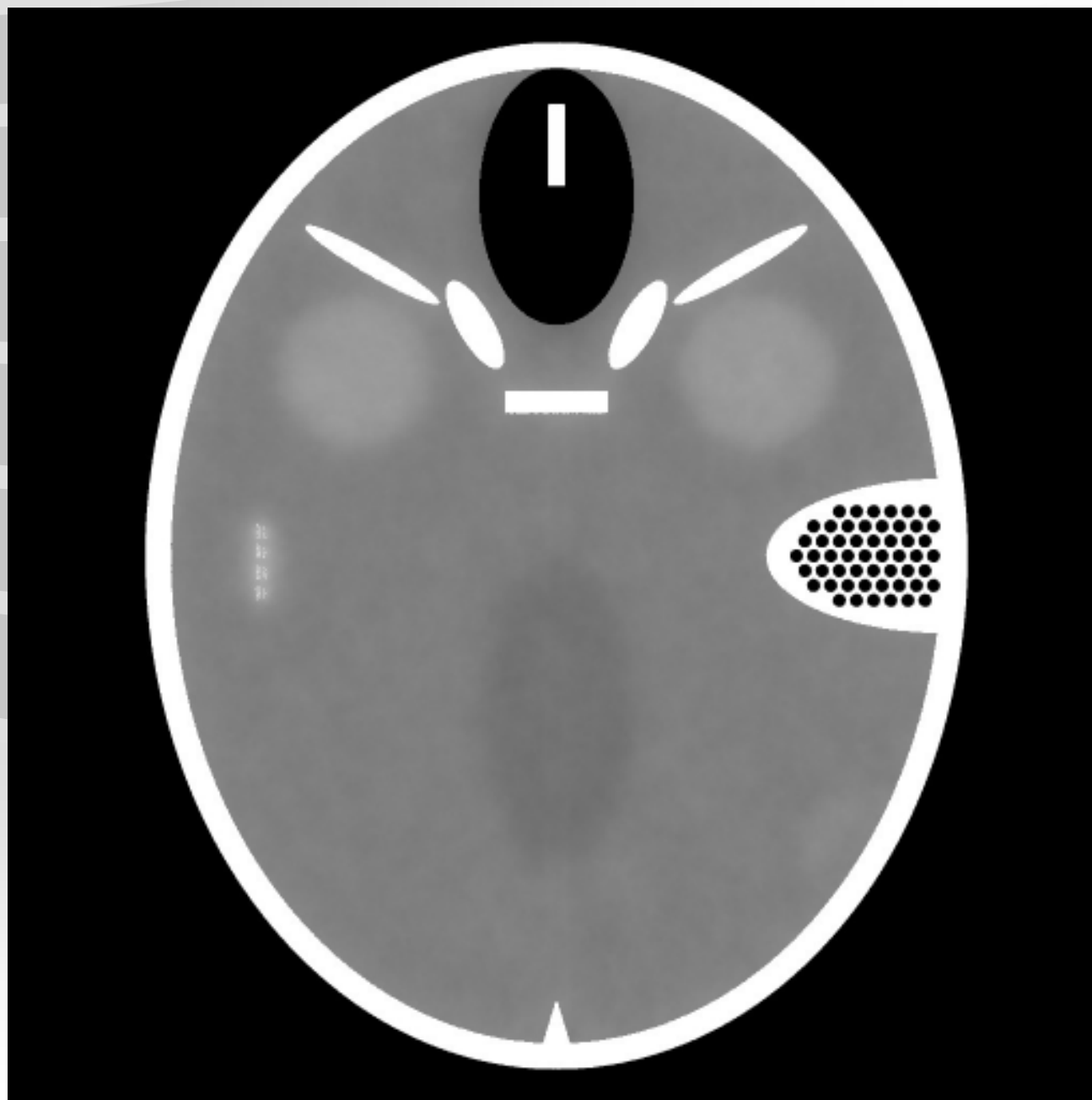
$\hat{\mu}(i, j)$



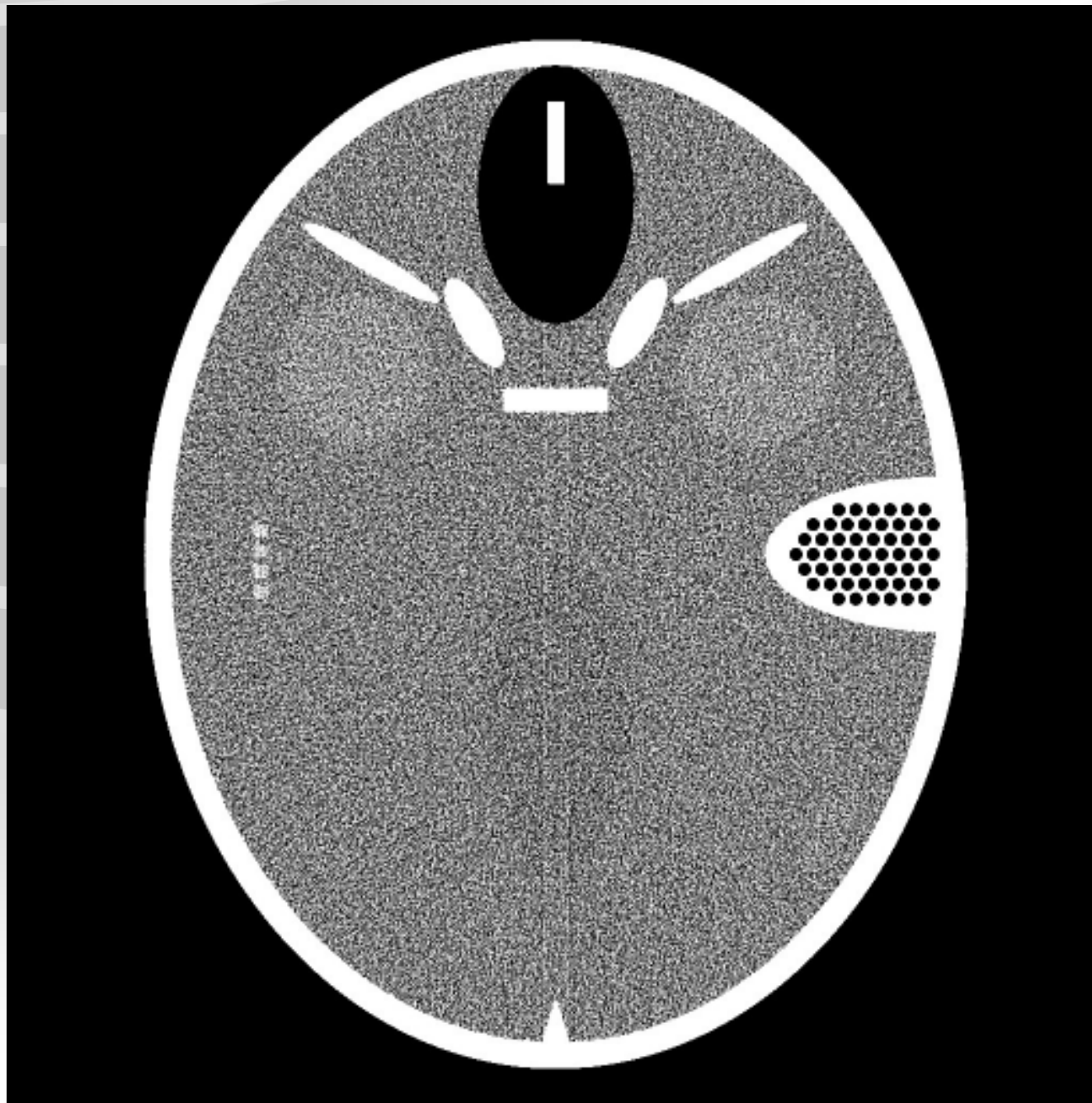
Wyniki symulacyjne

	Obraz oryginalny	Obraz zrekonstruowany za pomocą opracowanego podejścia	Obraz zrekonstruowany za pomocą standardowego algorytmu
Image			
MSE	-----	35.06	39,60
VAR 12		16.1	2008

Obraz zrekonstruowany za pomocą opracowanego podejścia



Obraz zrekonstruowany za pomocą standardowego algorytmu



Wnioski

- Przeprowadzone symulacje wykazały zbieżność opracowanego algorytmu
- Opracowany algorytm przewyższa standardowe metody pod względem uzyskiwanej jakości zrekonstruowanego obrazu
- Opracowany algorytm rekonstrukcyjny dla promieniowania równoległego jest punktem wyjściowym dla rozwiązań przeznaczonych dla innych geometrii skanera

Dziękuję za uwagę!!!